

3ª Rodada da SELETIVA OLÍMPICA
LigMAT NACIONAL

PROVA DO NÍVEL 2 (8º E 9º ANO)



Valor: 300 PONTOS

BRASIL
2023

INSTRUÇÕES

- 1 - A prova tem duração máxima de 1h (uma hora). Caso a equipe não finalize a prova neste limite de tempo, ela será interrompida e enviada automaticamente à Comissão Organizadora da LigMAT, para que apenas as questões respondidas sejam avaliadas.
- 2 - Vocês terão apenas 1 (uma) tentativa. Depois de terminar a prova, não é possível retornar a ela e fazer alterações.
- 3 - O questionário de prova só estará aberto no dia 10/10/2023, encerrando-se automaticamente às 23h59.
- 4 - A prova só poderá ser respondida pelos 3 alunos que compõem sua equipe. Não é permitido nenhum auxílio de fora da equipe, sob pena de desclassificação da competição e banimento das competições futuras.
- 5 - A equipe deverá responder a um único questionário. Caso a equipe inicie mais de um questionário, estará sujeita a penalidades.
- 6 - A prova é composta de 12 (doze) questões, todas de múltipla escolha e com apenas 1 (uma) alternativa correta.
- 7 - A pontuação máxima é de 300 (trezentos) pontos.
- 8 - A pontuação obtida pela equipe será enviada por e-mail assim que finalizado o questionário de prova.

1. (24 pontos) Aurélio acumulou ao longo dos anos muitas notas de R\$ 2,00 e de R\$ 5,00. Para gastar o excesso de notas, ele decidiu comprar um *Pluristation 5* por R\$ 1099,00. Considerando que ele pague o valor exato, sem receber troco, qual é o máximo de notas que ele pode gastar?

- (A) 544
- (B) 547
- (C) 548
- (D) 549
- (E) 550

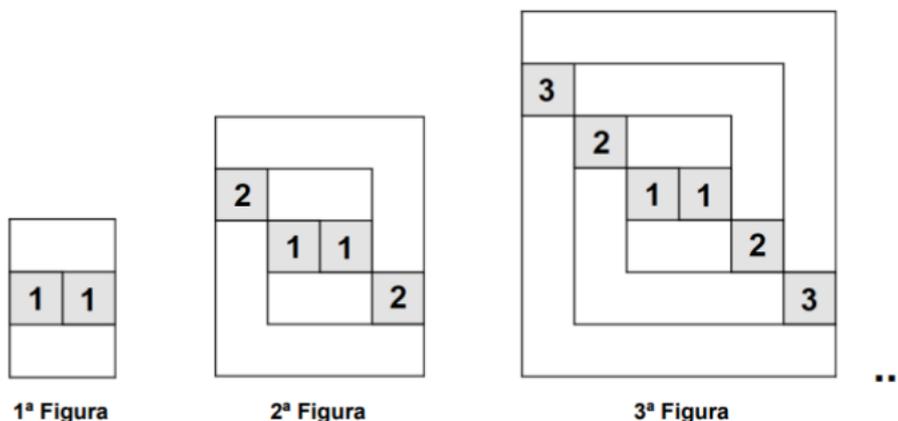
2. (24 pontos) Guilherme precisava fazer uma viagem de carro de 400 quilômetros em 8 horas, mas ele só dirige em velocidades múltiplas de 10. A primeira hora de viagem, ele dirigiu a uma velocidade de 40 quilômetros por hora. Ao fim dessa primeira hora, ele percebeu que estava muito devagar e mudou sua velocidade para 80 quilômetros por hora. Terminada a segunda hora, ele começou a proceder do seguinte modo: **a cada hora** ele recalculava sua velocidade, ajustando-a para **o mínimo necessário** para não chegar atrasado ao seu destino. Desse modo, qual será a velocidade final de Guilherme quando ele chegar a seu destino, sabendo que ele conseguiu completar a viagem em exatamente 8 horas?

- (A) 30 km/h
- (B) 40 km/h
- (C) 50 km/h
- (D) 60 km/h
- (E) 70 km/h

3. (24 pontos) Em uma urna, a razão entre bolinhas brancas e pretas é 3:2, em outra urna, essa razão é 2:5. As bolinhas das duas urnas foram depositadas em uma terceira urna (inicialmente vazia) e, nessa urna, a quantidade de bolinhas brancas ficou igual à de pretas. Qual é a **menor** quantidade possível de bolinhas que a terceira urna passou a ter?

- (A) 12
- (B) 18
- (C) 20
- (D) 22
- (E) 29

4. (24 pontos) Observe a sequência abaixo, em que cada quadradinho numerado possui lado 2.



Considere as afirmações:

- I. O perímetro da 1ª figura é 24.
- II. A área da 2ª figura é 256.
- III. Na 3ª figura, a razão entre a área dos quadradinhos numerados e a área total da figura pode ser expressa como 1:6.
- IV. O perímetro da 10ª figura da sequência é 164.
- V. A diferença entre a área da 8ª figura e da 7ª figura é de 248. O que está correto?

O que está correto?

- (A) A afirmação IV, apenas.
- (B) A afirmação V, apenas.
- (C) As afirmações I e II, apenas.
- (D) As afirmações IV e V, apenas.**
- (E) As afirmações III, IV e V, apenas.

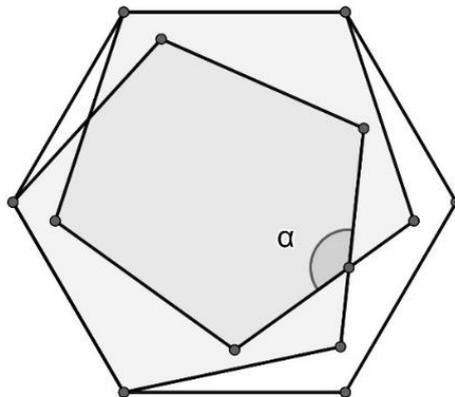
5. (24 pontos) Jorge, Murilo e Paulo são irmãos. A média de idade entre Jorge e Murilo é 30 anos, e a média de idade entre Murilo e Paulo é 26 anos. Por sua vez, a média de idade entre os três irmãos é 30 anos. Em que alternativa os nomes dos irmãos aparecem em ordem **crecente** de idade?

- (A) Murilo, Paulo e Jorge.**
- (B) Murilo, Jorge e Paulo.
- (C) Paulo, Murilo e Jorge.
- (D) Paulo, Jorge e Murilo.
- (E) Jorge, Murilo e Paulo.

6. (24 pontos) Túlio é vendedor na loja *TemDeTudo*. Em 2022, ele trabalhou na seguinte escala: 7 dias de trabalho e 2 de descanso, sempre nessa ordem, começando por 1º de janeiro. Assim, por exemplo, ele descansou nos dias 8 e 9 de janeiro. Durante todo o mês de dezembro, Túlio tirou férias. Considerando que 2022 começou em um sábado, quantos dias de folga de Túlio caíram em sextas-feiras?

- (A) 10 dias.
- (B) 13 dias.
- (C) 14 dias.
- (D) 16 dias.
- (E) 18 dias.

7. (24 pontos) Na figura a seguir, sobre os lados de um hexágono regular, foram construídos internamente dois pentágonos regulares, que acabam se intersectando. Quanto mede, em graus, o ângulo α ?



- (A) 96°
- (B) 108°
- (C) 120°
- (D) 124°
- (E) 132°

8. (24 pontos) Giovana começou a escrever em seu caderno a tabuada do 3 em uma ordem inusitada: do primeiro número, ela pulava um número da tabuada, depois voltava um número e repetia o processo. Assim, os primeiros números anotados foram: 3, 9, 6, 12, 9, 15, e assim por diante. Qual foi o 2023º número que ela escreveu?

- (A) 2022
- (B) 3036
- (C) 4023
- (D) 5061
- (E) 6069

9. (27 pontos) Usando os dígitos de 1 até 6 sem repetição, Otávio quer preencher as quatro lacunas abaixo de modo que a desigualdade seja verdadeira (isto é, que o número da esquerda seja maior que o da direita):

$$\underline{\quad} \underline{\quad} > \underline{\quad} \underline{\quad}$$

De quantos modos ele pode fazer isso?

- (A) 180
- (B) 240
- (C) 360
- (D) 480
- (E) 720

10. (27 pontos) Em uma lista estão, em ordem, uma vez o número 1, duas vezes o número 2, três vezes o número 3, e assim por diante, até aparecerem cem vezes o número 100:

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots, \underbrace{100, 100, \dots, 100}_{100 \text{ vezes}}$$

Qual é o valor da **mediana** dessa lista?

- (A) 50
- (B) 66
- (C) 70
- (D) 71
- (E) 72

11. (27 pontos) Em um triângulo ABC o ângulo $B\hat{A}C$ mede 60° . Se a bissetriz interna de $A\hat{C}B$ intersecta o lado AB em M , a bissetriz interna de $A\hat{M}C$ intersecta o lado AC em N , e a bissetriz interna de $M\hat{N}C$ é perpendicular a CM , quanto mede o ângulo $A\hat{C}B$?

- (A) 60°
- (B) 72°
- (C) 75°
- (D) 80°
- (E) 84°

12. (27 pontos) Os inteiros positivos x e y são soluções da equação $xy + x + y = 2023$. Qual é o menor valor possível de $x + y$?

- (A) 82
- (B) 88**
- (C) 90
- (D) 111
- (E) 114