

2ª Rodada da SELETIVA OLÍMPICA
LigMAT NACIONAL

PROVA DO NÍVEL 3 (ENSINO MÉDIO)



Valor: 200 PONTOS

BRASIL
2023

INSTRUÇÕES:

- 1 - A prova tem duração máxima de 1h (uma hora). Caso a equipe não finalize a prova neste limite de tempo, ela será interrompida e enviada automaticamente à Comissão Organizadora da LigMAT, para que apenas as questões respondidas sejam avaliadas.
- 2 - Vocês terão apenas 1 (uma) tentativa. Depois de terminar a prova, não é possível retornar a ela e fazer alterações.
- 3 - O questionário de prova só estará aberto no dia 28/09/2023, encerrando-se automaticamente às 23h59.
- 4 - A prova só poderá ser respondida pelos 3 alunos que compõem sua equipe. Não é permitido nenhum auxílio de fora da equipe, sob pena de desclassificação da competição e banimento das competições futuras.
- 5 - A equipe deverá responder a um único questionário. Caso a equipe inicie mais de um questionário, estará sujeita a penalidades.
- 6 - A prova é composta de 12 (doze) questões, todas de múltipla escolha e com apenas 1 (uma) alternativa correta.
- 7 - A pontuação máxima é de 200 (duzentos) pontos.
- 8 - A pontuação obtida pela equipe será enviada por e-mail assim que finalizado o questionário de prova.

QUESTÕES:

- 1. (16 PONTOS)** Em uma urna, há 13 bolinhas verdes e 12 bolinhas vermelhas, e nada mais. Sorteando-se duas bolinhas da urna, qual é a probabilidade de elas serem da mesma cor?
- (A) 39%
- (B) 42%
- (C) 45%
- (D) 48%**
- (E) 50%

2. (16 PONTOS) No quadro negro da sala de aula de Marcelo estava escrita a seguinte função: $f(x) = 5x - 2$. Marcelo escolheu um número r e calculou $f(f(f(r)))$, constatando que o resultado permaneceu o mesmo, ou seja, $f(f(f(r))) = r$. Qual valor Marcelo pode ter escolhido?

(A) 2,5

(B) 2

(C) 1,5

(D) 1

(E) 0,5

3. (16 PONTOS) Um mercado vende a garrafa de suco de laranja a R\$ 13,00 e a garrafa de suco de uva a R\$ 16,00. Anselmo comprou no mercado apenas garrafas de suco de uva ou de laranja (possivelmente, só de um sabor) e gastou exatamente R\$ 720,00. Qual é o máximo de garrafas de suco que ele pode ter comprado?

(A) 45

(B) 48

(C) 52

(D) 54

(E) 55

4. (16 PONTOS) Em um conjunto de 25 números reais não nulos distintos, os números positivos são maioria. Anotando-se os resultados de todas as multiplicações de dois números quaisquer, observou-se que um terço dos números anotados era negativo. Quantos números negativos há no conjunto?

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 9

(E) 10

5. (16 PONTOS) Juca tem um dado com 6 faces enumeradas de 1 a 6, um dado com 8 faces enumeradas de 1 a 8, e um dado com 12 faces enumeradas de 1 a 12. Se ele lançar os três dados, de quantos modos diferentes a soma das faces viradas para cima pode ser 21?

(A) 12

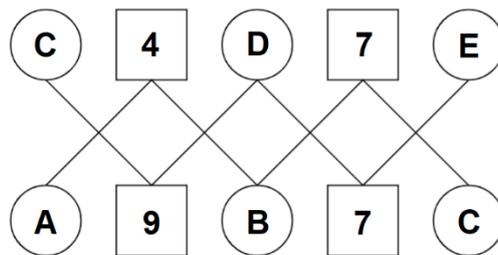
(B) 15

(C) 18

(D) 21

(E) 25

6. (16 PONTOS) Na imagem abaixo, os valores dos quadrados são a soma dos valores dos círculos a que estão diretamente ligados. Por exemplo, $4 = A + B$.



Sabendo que as letras acima representam números inteiros positivos diferentes entre si, descubra o valor de $A+B+C+D+E$.

(A) 15

(B) 19

(C) 21

(D) 22

(E) 24

7. (16 PONTOS) Dois quadrados de lado 1 estão inicialmente sobrepostos, então um deles é rotacionado 45° em sentido anti-horário em torno do vértice D, depois rotacionado 45° em sentido horário em torno do vértice A', como mostrado nas figuras. Qual é a área do retângulo A'FCE formado? Use a aproximação $\sqrt{2} \approx 1,41$.

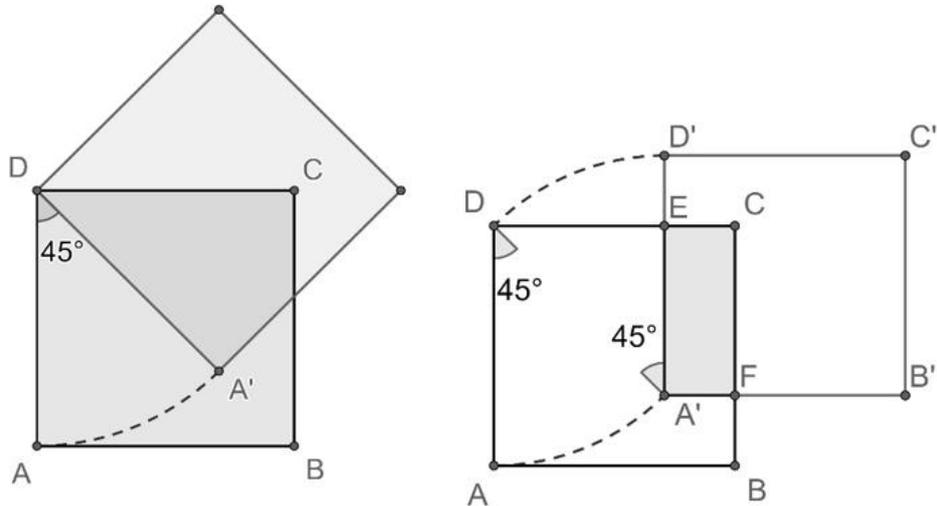
(A) 0,205

(B) 0,225

(C) 0,245

(D) 0,295

(E) 0,325



8. (16 PONTOS) Os ângulos internos de um polígono convexo formam uma progressão aritmética. Se um dos ângulos desse polígono é reto, qual é o maior número de lados que ele pode ter?

(A) 7

(B) 8

(C) 9

(D) 10

(E) 12

9. (18 PONTOS) Em quantos anagramas da palavra PORTA nenhuma letra está na sua posição original?

(A) 36

(B) 44

(C) 48

(D) 52

(E) 60

10. (18 PONTOS) Quais são os dois últimos algarismos do resultado da expressão abaixo?

$$(1 + 2) \cdot (3 + 4) \cdot (5 + 6) \cdots \cdot (97 + 98) \cdot (99 + 100)$$

(A) 05

(B) 25

(C) 35

(D) 65

(E) 75

11. (18 PONTOS) Para quantos valores inteiros de x a fração abaixo é um número inteiro?

$$\frac{20x + 2023}{x + 23}$$

(A) 4

(B) 8

(C) 10

(D) 12

(E) 16

12. (18 PONTOS) Um arco de 120° de uma circunferência de centro O e raio 1 foi desenhado. Sobre os raios, as semicircunferências de centros C_1 e C_2 se tangenciam. Quanto mede o segmento OP ?

(A) $2/9$

(B) $1/6$

(C) $1/7$

(D) $1/8$

(E) $1/9$

