

2ª Rodada da SELETIVA OLÍMPICA
LigMAT NACIONAL

Gabarito
Níveis 1, 2 e 3



Valor: 200 PONTOS

BRASIL
2026



Realização
**INSTITUTO
PHILOTIMIA**

Apoio



stone



**Brasil
ESCOLA**

Nível 1 - 2ª Rodada

Questão 1. (+16) Pedro escreveu os números de 1 a 100 em uma folha. Quantas vezes o algarismo 7 foi escrito?

- A) 17.
- B) 20.
- C) 22.
- D) 25.
- E) 27.

Questão 2. (+16) Em uma sala de teatro, $\frac{5}{12}$ das poltronas estavam ocupadas por mulheres, $\frac{3}{8}$ das poltronas estavam ocupadas por homens, e as demais estavam vagas. Sabendo que havia 105 poltronas vagas, qual é o número total de poltronas do teatro?

- A) 480.
- B) 492.
- C) 496.
- D) 500.
- E) 504.

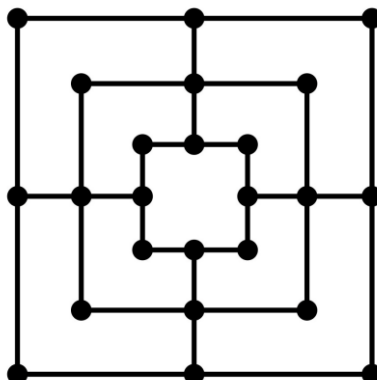
Questão 3. (+16) Um cubo é pintado externamente e depois cortado em 27 cubinhos iguais. Quantos desses cubinhos têm exatamente duas faces pintadas?

- A) 8.
- B) 9.
- C) 12.
- D) 16.
- E) 20.

Questão 4. (+16) Em uma escola, os alunos de 6º Ano são divididos em duas turmas: Turma A e Turma B. Um dia, no recreio, os alunos fizeram muita confusão: 20% dos alunos matriculados na Turma A acabaram parando na Turma B, enquanto 20% dos alunos matriculados na Turma B pararam na Turma A. Quando a professora Celina entrou na sala da Turma A, constatou que 40% dos alunos de 6º Ano estavam ali. Sabendo que há 30 alunos matriculados na Turma A, quantos alunos da Turma B estavam na sala errada?

- A) 6 alunos.
- B) 8 alunos.
- C) 9 alunos.
- D) 10 alunos.
- E) 12 alunos.

Questão 5. (+16) *Trilha* (ou *Moinho*) é um jogo de tabuleiro bastante tradicional. Seu tabuleiro tem a forma abaixo, em que os círculos correspondem às casas e as arestas entre as casas indicam os trajetos que uma peça pode percorrer para se deslocar de uma casa a outra.



Note que a forma consiste em três quadrados seguindo um certo padrão. Se um quarto quadrado fosse acrescentado externamente aos anteriores, com o mesmo padrão, qual seria o total de arestas do tabuleiro resultante?

- A) 36.
- B) 40.
- C) 44.**
- D) 48.
- E) 52.

Questão 6. (+16) Dois grilos partem simultaneamente do degrau 0 de uma escada. O primeiro sobe a escada realizando saltos de 4 em 4 degraus, enquanto o segundo sobe realizando saltos de 6 em 6 degraus. Quantos dos degraus numerados de 1 a 100 foram visitados por ambos os grilos?

- A) 7.
- B) 8.**
- C) 9.
- D) 10.
- E) 12.

Questão 7. (+16) Em certa região, choveu em 31 dos últimos 120 dias. Um meteorologista analisou esse período e verificou que houve, no máximo, N dias consecutivos sem chuva. Qual é o **menor** valor possível de N ?

- A) 2.
- B) 3.**
- C) 4.
- D) 5.
- E) 6.

Questão 8. (+16) A figura abaixo é composta por um quadrado ABCD de lado 6 e por regiões obtidas a partir de suas diagonais e de pontos médios de segmentos. Determine a área da região amarela.



- A) 9,5.
- B) 10,5.
- C) 12,3.
- D) **13,5.**
- E) 15,3.

Questão 9. (+18) Julia tem três cartões com o sinal aritmético + (“mais”) e três cartões com o sinal - (“menos”). De quantas maneiras ela pode distribuir os seis cartões nas lacunas abaixo, usando cada cartão exatamente uma vez, de modo que o resultado da expressão seja igual a zero?

$$7 _ 6 _ 5 _ 4 _ 3 _ 2 _ 1$$

- A) **Uma.**
- B) Duas.
- C) Três.
- D) Quatro.
- E) Nenhuma.

Questão 10. (+18) No Centro de Pesquisa de Dragões Algébricos da LigMAT, os dragões vivem em recintos idênticos. Embora a maioria seja dócil, alguns insistem em discutir decomposições em fatores primos até altas horas da noite. Para evitar aglomerações matemáticas, todos os dragões foram distribuídos em recintos com 15 dragões cada, ocupando todos os recintos e sem sobras. Mais tarde, o centro ganhou 6 novos recintos. Os dragões foram então redistribuídos, passando a haver exatamente 14 dragões em cada recinto. Qual é o número total de Dragões Algébricos no centro de pesquisa?

- A) 1176.
- B) 1218.
- C) **1260.**
- D) 1302.
- E) 1344.

Questão 11. (+18) Quanto vale a soma dos algarismos do resultado da subtração $10^{26} - 26$?

- A) 24.
- B) 216.
- C) 220.
- D) 226.
- E) 227.**

Questão 12. (+18) Observe o *pentaminó* abaixo, figura formada por cinco quadrados iguais. Ao lado dele, estão algumas das posições que ele pode assumir ao ser girado ou refletido. Considerando todas as posições que ele pode assumir, de quantas maneiras diferentes é possível colocá-lo em um tabuleiro 5×5 (ou seja, com 5 linhas e 5 colunas) de modo que cada um de seus quadrados ocupe uma casa?



- A) 50.
- B) 60.
- C) 64.**
- D) 72.
- E) 75.

Nível 2 – 2ª Rodada

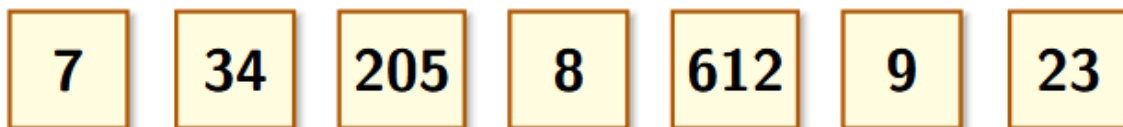
Questão 1. (+16) Nove esferas de metal são visualmente indistinguíveis. Oito delas têm o mesmo peso, mas uma é oca e, portanto, mais leve. Utilizando uma balança de dois pratos, qual é o menor número de pesagens necessário para garantir a identificação da esfera oca?

- A) 1.
- B) **2.**
- C) 3.
- D) 4.
- E) 9.

Questão 2. (+16) Entre os números naturais de 1 a 2026 (incluindo o próprio 2026), quantos são pares, mas não múltiplos de 4?

- A) 500.
- B) 504.
- C) 506.
- D) **507.**
- E) 512.

Questão 3. (+16) Alisson reorganiza as sete peças abaixo para obter o maior número possível de 13 algarismos.



Qual é o algarismo que estará exatamente no centro da sequência formada?

- A) 1.
- B) 2.
- C) **3.**
- D) 4.
- E) 5.

Questão 4. (+16) Em um cofre, há apenas notas de R\$ 10 e de R\$ 20. O número de notas de R\$ 20 é o dobro do número de notas de R\$ 10, e o valor total guardado é R\$ 1.000. Quantas notas há no cofre, no total?

- A) 45.
- B) 50.
- C) 60.
- D) 70.
- E) 75.

Questão 5. (+16) Em uma feira de tecnologia, uma empresa comercializou um lote de processadores, arrecadando um total de R\$ 4.800,00. No dia seguinte, visando aumentar o volume de vendas, a empresa reduziu o preço unitário de cada processador em R\$ 40,00. Com essa estratégia, ela vendeu 4 unidades a mais do que no primeiro dia, arrecadando um total de R\$ 5.200,00. O preço inicial de cada processador no primeiro dia era de:

- A) R\$ 200,00.
- B) R\$ 240,00.
- C) R\$ 280,00.
- D) R\$ 300,00.
- E) R\$ 320,00.

Questão 6. (+16) Uma empreiteira começou certa obra em uma sexta-feira, prometendo entregar essa obra concluída em exatamente 723 dias. Se a promessa for cumprida, em que dia da semana a obra será entregue?

- A) Quinta-feira.
- B) Sexta-feira.
- C) Sábado.
- D) Domingo.
- E) Segunda-feira.

Questão 7. (+16) Um número é chamado de *forte* se, quando somamos seus algarismos, o resultado é um número cujo **último algarismo** é igual ao último algarismo do número original - por exemplo, 646 é um número forte, pois $6 + 4 + 6 = 16$, que também termina com o algarismo 6. Quantos números de 3 algarismos são fortes?

- A) 81.
- B) 90.
- C) 99.
- D) 108.
- E) 117.

Questão 8. (+16) Em uma estrada estão, nesta ordem, as cidades A, B e C, sendo que B está exatamente na metade da distância entre A e C. Um carro percorre o trajeto da cidade A até a cidade B com velocidade constante de 60 km/h, e o trajeto de B até C a uma velocidade constante de 90 km/h. Qual foi a velocidade média da viagem de A até C?

- A) 72 km/h.
- B) 75 km/h.
- C) 76 km/h.
- D) 78 km/h.
- E) 81 km/h.

Questão 9. (+18) No registro de compras de um jogo online, foi recuperada parcialmente uma transação de um jogador:

72 skins: _67,9_

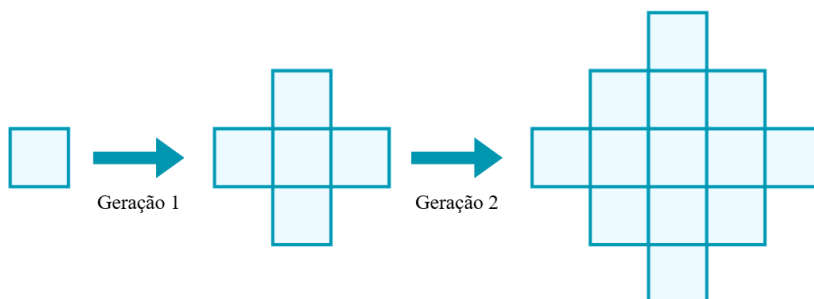
O primeiro e o último algarismos foram apagados por um bug, restando apenas essa forma incompleta. Sabe-se que as 72 skins foram adquiridas pelo mesmo preço. Qual é o preço de cada skin?

- A) R\$ 4,98.
- B) R\$ 5,11.
- C) R\$ 5,23.
- D) R\$ 5,37.
- E) R\$ 5,49.

Questão 10. (+18) Começando com um único quadrado de lado 2 cm, constrói-se uma sequência de figuras da seguinte maneira: em cada etapa, são adicionados todos os quadrados de lado 2 cm que compartilham pelo menos um lado com a figura obtida na etapa anterior. As três primeiras figuras são mostradas abaixo.

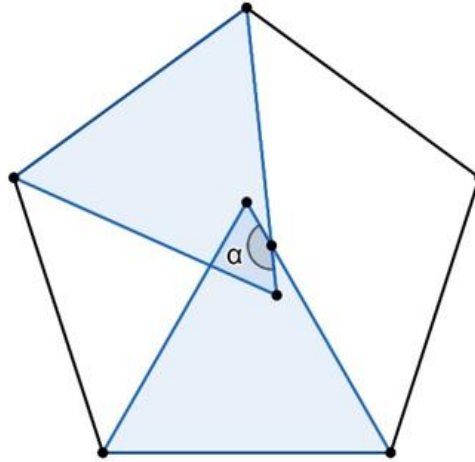
Qual é a área da figura obtida após 2026 gerações?

- A) 16.426.805 cm².
- B) 24.845.516 cm².
- C) 32.853.620 cm².
- D) 42.707.240 cm².
- E) 64.430.708 cm².



Questão 11. (+18) Na figura, dois triângulos equiláteros são construídos internamente sobre os lados de um pentágono regular. Quanto mede, em graus, α ?

- A) 132° .
- B) 140° .
- C) 144° .
- D) 150° .
- E) 156° .



Questão 12. (+18) Um relógio digital mostra as horas no formato HH:MM - assim, no início do dia ele mostra 00:00 e, no fim, 23:59. Quantas vezes ao longo de um dia aparece um horário em que todos os algarismos são diferentes?

- A) 448.
- B) 504.
- C) 588.
- D) 644.
- E) 720.



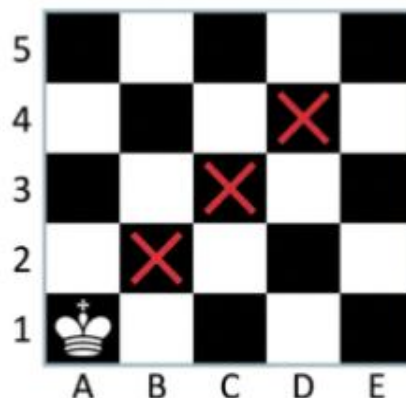
Nível 3 – 2ª Rodada

Questão 1. (+14) Um retângulo tem perímetro de 30 cm e seus lados têm, respectivamente, medida x e y , tais que x e y são números inteiros. Qual a maior área que este retângulo pode ter?

- A) 36.
- B) 50.
- C) 54.
- D) 56.**
- E) 60.

Questão 2. (+14) Em um tabuleiro 5×5 , uma peça começa na casa A1 e deve chegar à casa E5, movendo-se apenas uma casa por vez para a direita ou para cima. Quantos caminhos distintos **não** passam por nenhuma das casas marcadas B2, C3 e D4?

- A) 8.
- B) 10.**
- C) 14.
- D) 20.
- E) 24.



Questão 3. (+14) Um food truck vende dois tipos de lanche: o Clássico, por R\$ 12, e o Especial, por R\$18. Certo dia, foram vendidos ao todo 45 lanches, gerando um faturamento de R\$ 666. Quantos lanches Especiais foram vendidos nesse dia?

- A) 18.
- B) 21.**
- C) 24.
- D) 27.
- E) 30.

Questão 4. (+14) Um número de três algarismos é chamado *equilibrado* quando a soma dos algarismos das centenas e das unidades é igual ao algarismo das dezenas.

Por exemplo, 132 é equilibrado, pois $1+2=3$.

Quantos números equilibrados de três algarismos existem?

A) 45.

B) 50.

C) 54.

D) 55.

E) 60.

Questão 5. (+14) Em uma gincana, uma equipe recebe o seguinte código recursivo:

- Toda letra A na n-ésima geração deve ser substituída por AB na seguinte;
- Toda letra B na n-ésima geração deve ser substituída por A na seguinte.

Começando com a letra A como 1ª geração, obtêm-se as gerações:

$A \rightarrow AB \rightarrow ABA \rightarrow ABAAB \rightarrow ABAABABA \rightarrow \dots$

Quantas letras A e B existem na 8ª geração?

A) 8 letras A e 5 letras B.

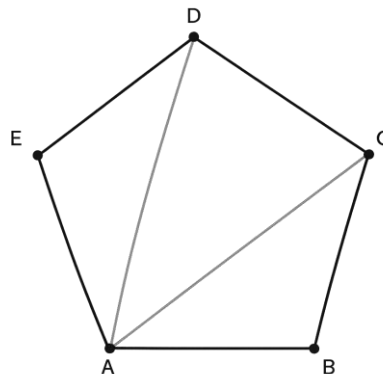
B) 13 letras A e 8 letras B.

C) 21 letras A e 13 letras B.

D) 34 letras A e 21 letras B.

E) 55 letras A e 34 letras B.

Questão 6. (+14) Seja ABCDE um pentágono regular. As diagonais AC e AD dividem o pentágono nos triângulos ABC, ACD e ADE, como ilustrado na figura abaixo.



Sabe-se que a razão entre a diagonal e o lado de um pentágono regular é a razão áurea:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Sabe-se ainda que a diagonal AD é paralela ao lado BC.

Com base nessas informações, determine a razão entre a área do triângulo central ACD e a área de um dos triângulos laterais.

- A) 1.
- B) φ .**
- C) $\sqrt{\varphi}$.
- D) φ^2 .
- E) $2\varphi - 1$.

Questão 7. (+14) De quantas maneiras é possível escrever 87 como soma de três inteiros positivos distintos?

Considere iguais as somas que diferem apenas pela ordem das parcelas. Assim, $1 + 2 + 84$ e $2 + 1 + 84$ contam como a mesma maneira.

- A) 588.**
- B) 723.
- C) 1032.
- D) 1248.
- E) 3466.

Questão 8. (+14) Qual é o resto de 7^{100} dividido por 100?

- a) 1.**
- b) 2.
- c) 5.
- d) 12.
- e) 49.

Questão 9. (+14) Arnaldo e Bernaldo disputam um jogo de dados. Em cada rodada, cada um lança dois dados honestos de seis faces, numeradas de 1 a 6. Cada um soma os resultados das faces superiores de seus dados. A cada rodada, vence quem tiver maior soma, mas caso obtenham a mesma soma, a rodada termina em empate. Qual porcentagem abaixo melhor aproxima a probabilidade de Arnaldo ganhar na primeira rodada?

- A) 42,98%.
- B) 44,37%.**
- C) 45,14%.
- D) 46,14%.
- E) 48,61%.

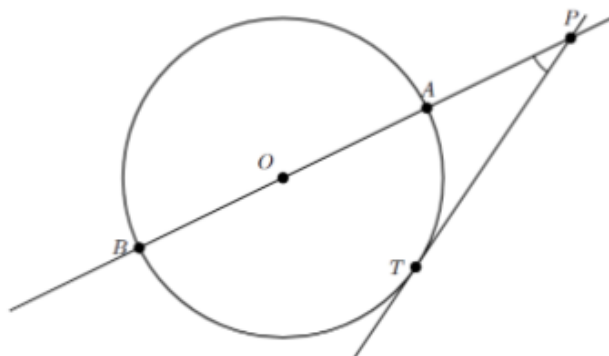
Questão 10. (+14) Sejam x , y e z números reais não nulos tais que $\frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x}$. Qual é o maior valor possível para a expressão abaixo?

$$\frac{(x + y + z)^2}{xy + yz + zx}$$

- A) 2.
- B) 3.**
- C) 4.
- D) 6.
- E) 9.

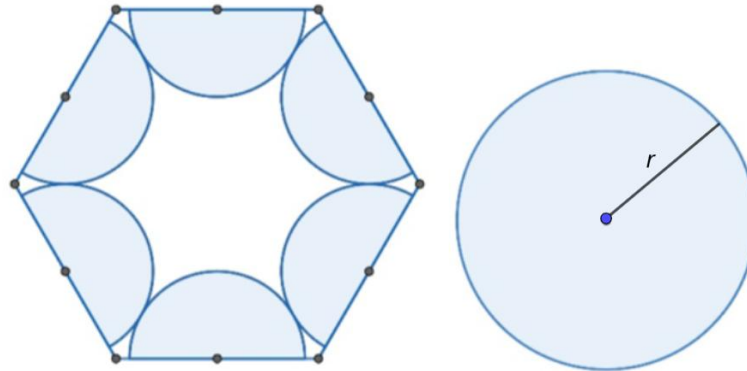
Questão 11. (+15) Considere uma circunferência de centro O e um ponto P exterior. Por P traçam-se uma tangente à circunferência, que toca a circunferência em T e uma secante que passa pelo centro O , intersectando a circunferência em A e B , sendo A o ponto mais próximo de P .

Sabendo que PA tem comprimento igual ao raio da circunferência, determine a medida do ângulo $\angle APT$.



- A) 15°.
- B) 30°.**
- C) 45°.
- D) 60°.
- E) 75°.

Questão 12. (+15) O hexágono regular a seguir tem lado medindo 12 cm. Sobre cada lado foi construído um semicírculo cujo centro é o ponto médio desse lado. Os semicírculos são tangentes entre si. A soma das áreas dos 6 semicírculos é igual à área do círculo de raio r ao lado. Quanto mede r ?



- A) $3\sqrt{3}$ cm.
- B) 6 cm.
- C) $3\sqrt{6}$ cm.
- D) 9 cm.**
- E) $6\sqrt{3}$ cm.

Questão 13. (+15) Sejam x, y, z números reais tais que

$$(x - y)(y - z)(z + x) = 54$$

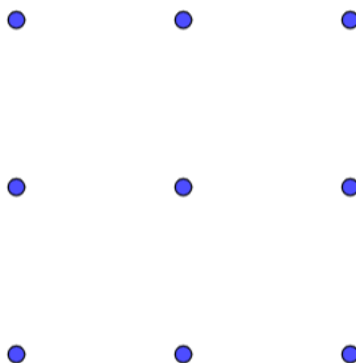
e

$$(x - y)(y + z)(z - x) = -180.$$

Determine o valor de $z(x - y)^2$.

- A) 63.**
- B) 78.
- C) 96.
- D) 117.
- E) 132.

Questão 14. (+15) Considere os 9 pontos de uma malha 3×3 igualmente espaçados:



Quantos quadriláteros distintos podem ser formados escolhendo-se 4 desses pontos como vértices?

- A) 9.
- B) 10.
- C) 30.
- D) 64.
- E) 78.**