

3ª Rodada da SELETIVA OLÍMPICA
LigMAT NACIONAL

PROVA DO NÍVEL 3 (ENSINO MÉDIO)



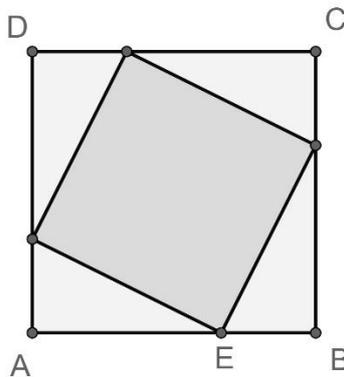
Valor: 300 PONTOS

BRASIL
2023

INSTRUÇÕES

- 1 - A prova tem duração máxima de 1h (uma hora). Caso a equipe não finalize a prova neste limite de tempo, ela será interrompida e enviada automaticamente à Comissão Organizadora da LigMAT, para que apenas as questões respondidas sejam avaliadas.
- 2 - Vocês terão apenas 1 (uma) tentativa. Depois de terminar a prova, não é possível retornar a ela e fazer alterações.
- 3 - O questionário de prova só estará aberto no dia 10/10/2023, encerrando-se automaticamente às 23h59.
- 4 - A prova só poderá ser respondida pelos 3 alunos que compõem sua equipe. Não é permitido nenhum auxílio de fora da equipe, sob pena de desclassificação da competição e banimento das competições futuras.
- 5 - A equipe deverá responder a um único questionário. Caso a equipe inicie mais de um questionário, estará sujeita a penalidades.
- 6 - A prova é composta de 12 (doze) questões, todas de múltipla escolha e com apenas 1 (uma) alternativa correta.
- 7 - A pontuação máxima é de 300 (trezentos) pontos.
- 8 - A pontuação obtida pela equipe será enviada por e-mail assim que finalizado o questionário de prova.

1. (24 pontos) No quadrado ABCD, o ponto E divide o lado AB na razão 2:1. Qual é a razão entre a área do quadrado de dentro e a do quadrado de fora?



- (A) $1/2$
- (B) $5/9$**
- (C) $3/5$
- (D) $2/3$
- (E) $3/4$

2. (24 pontos) Em um campeonato de futsal participam 8 times. Pelas regras do campeonato, cada time joga exatamente uma partida contra os demais. Além disso, o vencedor de uma partida ganha 5 pontos (o perdedor não ganha nenhum) e, em caso de empate, cada time ganha 2 pontos. Ao fim do campeonato, a soma de pontos de todos os times foi 128. Quantas partidas terminaram em vitória para algum dos times?

- (A) 12
- (B) 14
- (C) 15
- (D) 16**
- (E) 18

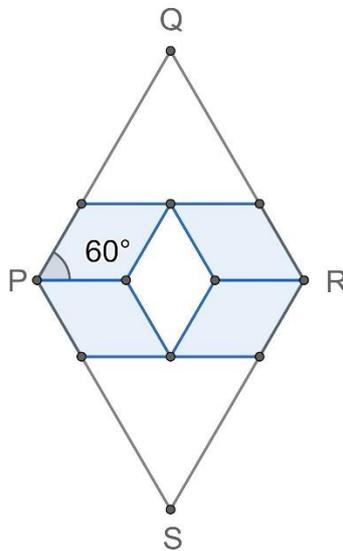
3. (24 pontos) Lúcia começou a somar os dígitos de 2023 repetidamente em seu caderno: $2 + 0 + 2 + 3 + 2 + 0 + 2 + 3 + \dots$. Em certo momento, ela percebeu que o resultado da soma dava o próprio número 2023. Quantos sinais de adição ela escreveu?

- (A) 1148
- (B) 1152
- (C) 1155**
- (D) 1159
- (E) 1161

4. (24 pontos) Os inteiros positivos m e n são tais que $24! = m! \cdot n!$. Qual é o maior valor possível para $m + n$?

- (A) 24
- (B) 25
- (C) 27**
- (D) 30
- (E) 32

5. (24 pontos) Quatro losangos azuis idênticos, cada um com 4 cm^2 de área, foram dispostos como na figura abaixo. Qual a área do quadrilátero $PQRS$?

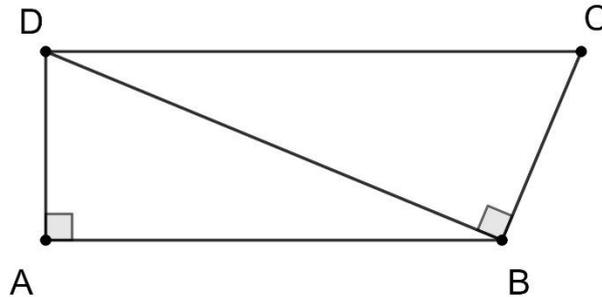


- (A) 27 cm^2
- (B) 28 cm^2
- (C) 30 cm^2
- (D) 32 cm^2
- (E) 36 cm^2**

6. (24 pontos) Anselmo precisa fazer muitas viagens a trabalho. Para cada dia de viagem, ele precisa levar em sua mala duas camisas e uma calça para trocar. Ele tem 7 camisas e 6 calças para esse propósito. Considerando apenas suas viagens com 1, 2 ou 3 dias de duração, de quantas maneiras diferentes ele pode escolher as roupas que vai levar na mala?

- (A) 784
- (B) 789
- (C) 790
- (D) 791**
- (E) 792

7. (24 pontos) Os lados AB e AD do trapézio ABCD medem 12 cm e 5 cm respectivamente. Além disso, os segmentos AB e AD são perpendiculares, assim como os segmentos BC e BD. Qual é o perímetro do trapézio?

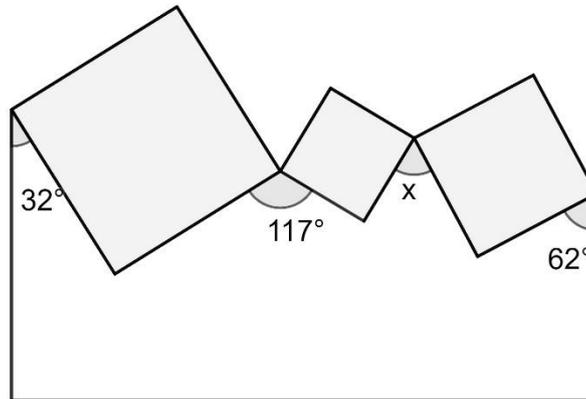


- (A) $71/2$
- (B) $73/2$**
- (C) $221/6$
- (D) $112/3$
- (E) $449/12$

8. (24 pontos) Um lance de escadas tem 9 degraus. De quantas maneiras diferentes é possível subi-lo dando passos de 1 degrau ou de 2 degraus?

- (A) 45
- (B) 49
- (C) 52
- (D) 55**
- (E) 60

9. (27 pontos) Na figura abaixo, três quadrados estão encaixados entre paredes paralelas. Quanto mede o ângulo x ?



- (A) 55°
- (B) 57°
- (C) 59°
- (D) 60°
- (E) 61°

10. (27 pontos) Considere todos os números naturais que obedecem às seguintes condições: (i) possuem três algarismos distintos; (ii) são múltiplos de 7; e (iii) são tais que, invertendo-se a ordem de seus algarismos, obtemos outro número de três algarismos que é múltiplo de 7. A soma de todos esses números é:

- (A) 1029
- (B) 1211
- (C) 2240
- (D) 2520
- (E) 2765

11. (27 pontos) Marta é obcecada por números. Ela escreveu em diferentes linhas de seu caderno a soma dos números naturais de 1 até n , com n variando de 1 a 1000. Assim, no caderno dela estava anotado:

$$\begin{aligned}1 &= 1 \\1 + 2 &= 3 \\1 + 2 + 3 &= 6 \\&\vdots \\1 + 2 + 3 + \dots + 1000 &= 500.500\end{aligned}$$

Em seguida, ela somou (corretamente) todos os resultados obtidos. Qual foi o valor final da soma de Marta?

- (A) 166.167.000
- (B) 167.167.000**
- (C) 200.200.200
- (D) 250.249.500
- (E) 250.250.250

12. (27 pontos) Os números reais a , b e c são raízes distintas do polinômio $x^3 + x^2 - 30x - 72$. Quanto vale a soma abaixo?

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$$

- (A) 7/12
- (B) 29/72
- (C) 35/72
- (D) 43/72
- (E) 61/72**